



6. 已知等腰三角形的腰为  $2\sqrt{6}$  cm, 底边为  $4\sqrt{2}$  cm, 求这个等腰三角形的面积.

7. 一个三角形的一边和这条边上的高分别为  $\frac{1}{3}\sqrt{15}$  和  $\sqrt{\frac{5}{3}} + \sqrt{\frac{3}{5}}$ , 求这个三角形的面积.



### 拓展与延伸

8. 化简:  $\sqrt{-a^3} + \sqrt{a^2}$ .

## 12.2 二次根式的乘除(2)



### 本课学习要点

熟练掌握二次根式的乘法运算及化简.



### 实践与探索

例1 化简:

(1)  $\sqrt{180}$ ; (2)  $\sqrt{450}$ ; (3)  $\sqrt{4a^2b^3}$  ( $a \geq 0, b \geq 0$ ); (4)  $\sqrt{x^4 + x^2y^2}$  ( $x \geq 0$ ).





例2 计算:

(1)  $3\sqrt{5} \times 2\sqrt{10}$ ; (2)  $-4\sqrt{15} \times (-\frac{1}{2}\sqrt{5})$ ; (3)  $2\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{12}$ ;

(4)  $\sqrt{\frac{3}{4}} \times (-\sqrt{2\frac{2}{3}}) \times \sqrt{56}$ ; (5)  $(-8\sqrt{35}) \times (-\frac{1}{4}\sqrt{1\frac{3}{7}})$ .



### 训练与提高

#### 一、填空题

1. 直接写出计算结果:

$\sqrt{8} = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\sqrt{12} = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\sqrt{18} = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\sqrt{27} = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\sqrt{32} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

#### 二、解答题

2. 化简:

(1)  $\sqrt{54}$ ; (2)  $\sqrt{160}$ ; (3)  $\sqrt{2000}$ ; (4)  $\sqrt{25^2 - 24^2}$ ;

(5)  $\sqrt{x^5 y^3} (x \geq 0, y \geq 0)$ ;

(6)  $\sqrt{x^3 + 2x^2 y + xy^2} (x \geq 0, y \geq 0)$ .

3. 计算:

(1)  $2\sqrt{15} \times 4\sqrt{6}$ ;

(2)  $\sqrt{a^3} \cdot \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0)$ ;

(3)  $2\sqrt{5a} \cdot \sqrt{10a} (a \geq 0)$ ;

(4)  $3\sqrt{5a} \times 2\sqrt{8b} (a \geq 0, b \geq 0)$ .

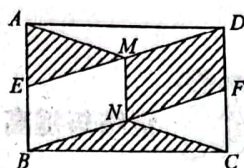






**拓展与延伸**

4. 如图,在矩形  $ABCD$  中, $E$ 、 $F$  分别是  $AB$ 、 $CD$  的中点,连接  $DE$  和  $BF$ ,分别取  $DE$ 、 $BF$  的中点  $M$ 、 $N$ ,连接  $AM$ 、 $CN$ 、 $MN$ ,若  $AB=2\sqrt{2}$ ,  $BC=2\sqrt{3}$ ,则图中阴影部分的面积为\_\_\_\_\_.



(第4题)

5. 已知  $x=\sqrt{5}-1$ ,  $y=\sqrt{5}+1$ ,求  $x^3y^3$  的值.

**12.2 二次根式的乘除(3)**



**本课学习要点**

1. 掌握并能运用二次根式的除法法则  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$  ( $a \geq 0, b > 0$ ) 进行相关计算.
2. 能逆向使用除法法则进行二次根式的化简.



**实践与探索**

例1 计算:

(1)  $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{6}}$ ;

(2)  $\sqrt{1\frac{1}{2}} \div \sqrt{\frac{1}{6}}$ ;

(3)  $2\sqrt{4\frac{1}{2}} \div \sqrt{2\frac{1}{4}}$ .

例2 化简:

(1)  $\sqrt{1\frac{15}{49}}$ ;

(2)  $\sqrt{\frac{3}{100}}$ ;

(3)  $\sqrt{\frac{25x^4}{9y^2}}$  ( $x \geq 0, y > 0$ );



(4)  $\sqrt{\frac{16 \times 25}{64}}$ ;

(5)  $\sqrt{\frac{0.09 \times 121}{0.36 \times 100}}$ ;



### 训练与提高

#### 一、选择题

1. 下列计算中, 错误的是 ( )

A.  $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$

B.  $\sqrt{\frac{27}{64}} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$

C.  $\sqrt{4\frac{2}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

D.  $-\sqrt{7\frac{1}{5}} = -\frac{6}{\sqrt{5}}$

2. 计算  $3\sqrt{\frac{1}{5}} \div \frac{\sqrt{5}}{3}$ , 结果为 ( )

A. 1

B. 9

C.  $\frac{1}{5}$

D.  $\frac{9}{5}$

#### 二、填空题

3. 直接写出计算结果:

(1)  $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} =$  \_\_\_\_\_;

(2)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} =$  \_\_\_\_\_;

(3)  $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}} =$  \_\_\_\_\_;

(4)  $\sqrt{\frac{3b^2}{4a^2}} =$  \_\_\_\_\_ ( $a > 0, b \geq 0$ ).

#### 三、解答题

4. 化简:

(1)  $\sqrt{\frac{12}{49}}$ ;

(2)  $\sqrt{5\frac{4}{9}}$ ;

(3)  $\sqrt{\frac{105}{15}}$ ;

(4)  $\sqrt{\frac{ab^5}{c^2}}$  ( $a \geq 0, b \geq 0, c > 0$ ).

5. 计算:

(1)  $\sqrt{75} \div \sqrt{15}$ ;

(2)  $\sqrt{80} \div \sqrt{2}$ ;

(3)  $\sqrt{108} \div 3\sqrt{6}$ ;







(4)  $\sqrt{3\frac{1}{3}} \div \sqrt{1\frac{1}{2}}$ ;

(5)  $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{12}} \div \sqrt{\frac{54}{12}} \div \sqrt{6}$ ;

(6)  $4\sqrt{5} \div (-5\sqrt{1\frac{4}{5}})$ .



拓展与延伸

6. 把 $(a-1)\sqrt{\frac{1}{1-a}}$ 根号外的因式移入根号内,其结果是\_\_\_\_\_.

12.2 二次根式的乘除(4)



本课学习要点

掌握两类二次根式化简的一般方法,并能把结果化成最简二次根式.



实践与探索

例1 化简:

(1)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ;

(2)  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{24}}$ ;

(3)  $\sqrt{\frac{b}{a}}$  ( $a>0, b>0$ ).

例2 计算:

(1)  $-\frac{4}{3}\sqrt{18} \div (2\sqrt{8} \times \frac{1}{3}\sqrt{54})$ ;

(2)  $-\frac{15}{8}\sqrt{2\frac{10}{27}} \div \sqrt{\frac{25}{8}}$ .





一、选择题

1.  $\sqrt{\frac{1}{2}}$  可以化简为 ( )

A.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

B.  $\sqrt{2}$

C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D.  $\frac{1}{2}$

2. 若  $x > 0, y > 0$ , 则化简  $x\sqrt{xy} \div y\sqrt{\frac{x}{y}} \times \sqrt{\frac{y}{x}}$  所得结果为 ( )

A.  $\frac{y}{x}\sqrt{xy}$

B.  $\frac{x}{y}\sqrt{xy}$

C.  $\sqrt{xy}$

D.  $xy\sqrt{xy}$

3. 二次根式  $\frac{2}{\sqrt{5}}, \sqrt{\frac{2}{5}}, \frac{\sqrt{2}}{5}$  的大小关系是 ( )

A.  $\frac{2}{\sqrt{5}} < \sqrt{\frac{2}{5}} < \frac{\sqrt{2}}{5}$

B.  $\sqrt{\frac{2}{5}} < \frac{2}{\sqrt{5}} < \frac{\sqrt{2}}{5}$

C.  $\frac{\sqrt{2}}{5} < \sqrt{\frac{2}{5}} < \frac{2}{\sqrt{5}}$

D.  $\frac{\sqrt{2}}{5} < \frac{2}{\sqrt{5}} < \sqrt{\frac{2}{5}}$

二、解答题

4. 化简:

(1)  $\sqrt{\frac{1}{3}}$ ;

(2)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ;

(3)  $\sqrt{3\frac{1}{2}}$ ;

(4)  $3\sqrt{\frac{1}{3}}$ ;

(5)  $\frac{\sqrt{3}m}{\sqrt{6m}} (m > 0)$ ;

(6)  $\frac{\sqrt{18a}}{\sqrt{2b}} (a \geq 0, b > 0)$ .

5. 计算:

(1)  $-\sqrt{19} \div \sqrt{95}$ ;

(2)  $\sqrt{12x} \div \frac{3}{5}\sqrt{y} (x \geq 0, y > 0)$ .







6. 在表格中填数,使每一行、每一列、每条对角线上的3个数的乘积都是1.

	1	
$\sqrt{2}$		$\sqrt{3}$

7. 已知一个矩形的面积为  $2\sqrt{6}$   $\text{cm}^2$ , 其中一边长为  $\sqrt{2}$   $\text{cm}$ , 求矩形的对角线的长.



**拓展与延伸**

8. 计算:

(1)  $3\sqrt{m^5n^4} \div 5\sqrt{m^4n^3} (m>0, n>0)$ ;

(2)  $\frac{2}{b}\sqrt{ab^5} \div \frac{6a}{b^2}\sqrt{\frac{b}{a}} \times (-\frac{3}{2}\sqrt{a^3b}) (a>0, b>0)$ ;

(3)  $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ ;

(4)  $\frac{1}{\sqrt{3}-2}$ ;

(5)  $(\sqrt{3}-2)^{2021} \times (\sqrt{3}+2)^{2022}$ .





## 12.3 二次根式的加减(1)



## 本课学习要点

了解同类二次根式的概念,掌握二次根式的加减运算.



## 实践与探索

例1 下列二次根式中,哪些是同类二次根式?

$$2\sqrt{3}, \sqrt{8}, \sqrt{\frac{1}{2}}, \sqrt{3a^2b^2} (a \geq 0, b \geq 0), \sqrt{18}, \sqrt{48}.$$

例2 计算:

$$(1) 3\sqrt{2} + \sqrt{3} - 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3};$$

$$(2) 3\sqrt{a} - 2\sqrt{5} - 4\sqrt{a} - 2\sqrt{5} (a \geq 0);$$

$$(3) \sqrt{27} - 2\sqrt{3} + \sqrt{45};$$

$$(4) 2\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{12} - (\sqrt{\frac{1}{2}} - 2\sqrt{\frac{1}{3}}).$$



## 训练与提高

## 一、选择题

1. 下列根式中,与 $\sqrt{8}$ 是同类二次根式的是

A.  $\sqrt{12}$

B.  $\sqrt{24}$

C.  $\sqrt{5}$

D.  $\sqrt{1}$





2. 有下列等式: ①  $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$ ; ②  $2 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} = 2$ ; ③  $\sqrt{5} + \sqrt{\frac{1}{5}} = \sqrt{5} +$

$\frac{1}{5}\sqrt{5} = \frac{6}{5}\sqrt{5}$ ; ④  $\sqrt{3^2 + 4^2} = 3 + 4 = 7$ . 其中, 正确的有 ( )

- A. 1个      B. 2个      C. 3个      D. 0个

3. 与  $\sqrt{\frac{1}{8}}$  是同类二次根式的是 ( )

- A.  $\sqrt{12}$       B.  $\sqrt{18}$       C.  $\sqrt{\frac{1}{4}}$       D.  $\sqrt{0.8}$

4. 下列等式成立的是 ( )

A.  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$       B.  $3\sqrt{a} - 1 = 2\sqrt{a}$

C.  $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{18}}{2} = \sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$       D.  $\sqrt{3 \cdot \frac{3}{8}} = 3\sqrt{\frac{3}{8}}$

## 二、解答题

5. 化简下列各组二次根式, 看看它们是不是同类二次根式:

(1)  $2\sqrt{12}$  与  $\sqrt{27}$ ;

(2)  $\sqrt{50}$  与  $3\sqrt{8}$ ;

(3)  $2\sqrt{1\frac{1}{2}}$  与  $2\sqrt{48}$ .

6. 计算:

(1)  $3\sqrt{5} - \sqrt{2} + \sqrt{5} - 4\sqrt{2}$ ;

(2)  $5\sqrt{3} - 3\sqrt{75} - \sqrt{27}$ ;

(3)  $\sqrt{72} + \sqrt{18} - \frac{3\sqrt{2}}{2}$ ;

(4)  $\sqrt{32} - 2\sqrt{12} - \sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{6}{\sqrt{2}}$ ;

(5)  $2\sqrt{12} - 4\sqrt{\frac{1}{27}} + 3\sqrt{48}$ ;

(6)  $(\sqrt{0.5} - 2\sqrt{\frac{1}{3}}) - (\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{75})$ .





## 拓展与延伸

7. 如果最简二次根式  $3\sqrt{3a-8}$  和  $2\sqrt{17-2a}$  是同类二次根式, 那么这两个二次根式的和为\_\_\_\_\_.

8. 已知  $a$  为有理数, 化简:  $\sqrt{-a^3} - a\sqrt{-\frac{1}{a}}$ . (提示: 先考虑  $a$  的符号.)

## 12.3 二次根式的加减(2)



## 本课学习要点

熟练运用二次根式的运算法则进行混合运算.



## 实践与探索

例1 计算:

$$(1) \sqrt{3} - 3\sqrt{6} \times \sqrt{2}; \quad (2) \left(\sqrt{\frac{3}{8}} - 3\sqrt{3}\right) \cdot \sqrt{6}; \quad (3) (1+\sqrt{2})(2-\sqrt{2}).$$

例2 计算:

$$(1) \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{2} - (3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3}); \quad (2) (3\sqrt{2}-2\sqrt{3})^2(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})^2.$$







**训练与提高**

1. 计算:

(1)  $(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})(3\sqrt{3}+2\sqrt{2})$ ;      (2)  $(2-\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})$ ;

(3)  $\sqrt{3}(1-\sqrt{15})-3\sqrt{\frac{1}{5}}$ ;      (4)  $(3\sqrt{5}-5\sqrt{2})^2$ .

2. 计算:

(1)  $\sqrt{50}-4\sqrt{\frac{1}{2}}+2(\sqrt{2}-1)^0$ ;      (2)  $\sqrt{2}+1+\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{6})+\sqrt{8}$ ;

(3)  $(5\sqrt{48}+\sqrt{12}-6\sqrt{7})\div\sqrt{3}$ ;      (4)  $\sqrt{48}-\sqrt{54}\div\sqrt{2}+(3-\sqrt{3})(1+\frac{1}{\sqrt{3}})$ .

3. 阅读下列解题过程.

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}} = \frac{1 \times (\sqrt{5}-\sqrt{4})}{(\sqrt{5}+\sqrt{4})(\sqrt{5}-\sqrt{4})} = \sqrt{5} - \sqrt{4} = \sqrt{5} - 2, \quad \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} =$$

$$\frac{1 \times (\sqrt{6}-\sqrt{5})}{(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{5})} = \sqrt{6} - \sqrt{5}.$$





请回答下列问题:

(1) 观察上面解题过程,请直接写出  $\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}}$  的结果为 \_\_\_\_\_;

(2) 利用上面所提供的解法,请计算  $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{98}+\sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$ ;

(3) 不计算近似值,试比较  $(\sqrt{13}-\sqrt{11})$  与  $(\sqrt{15}-\sqrt{13})$  的大小,并说明理由.



### 拓展与延伸

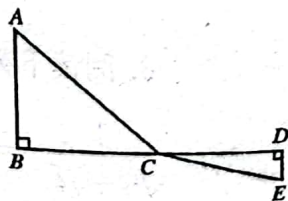
4. 先化简,再求值:  $\frac{a^2-1}{a-1} - \frac{\sqrt{a^2-2a+1}}{a^2-a} - \frac{1}{a}$ , 其中  $a = \sqrt{2}-1$ .

5. 如图,  $C$  为线段  $BD$  上一动点, 分别过点  $B, D$  作  $AB \perp BD, ED \perp BD$ , 连接  $AC, EC$ . 已知  $AB=5, DE=2, BD=12$ , 设  $CD=x$ .

(1) 用含  $x$  的代数式表示  $AC+CE$  的长.

(2) 请问点  $C$  在  $BD$  上什么位置时,  $AC+CE$  的值最小? 最小值是多少?

(3) 根据(2)中的规律和结论, 请构图求代数式  $\sqrt{x^2+9} + \sqrt{(24-x)^2+16}$  的最小值.



(第5题)







## 第12章复习题

### A组

1. 下列二次根式中,  $x$  的取值范围是  $x \geq 2$  的是 ( )

- A.  $\sqrt{2-x}$       B.  $\sqrt{x+2}$       C.  $\sqrt{x-2}$       D.  $\sqrt{\frac{1}{x-2}}$

2. 已知二次根式  $\sqrt{2a-4}$  与  $\sqrt{2}$  是同类二次根式, 则  $a$  的值可以是 ( )

- A. 5      B. 6      C. 7      D. 8

3. 计算  $\sqrt{8} - \sqrt{2}$  的结果是 ( )

- A. 6      B.  $\sqrt{6}$       C. 2      D.  $\sqrt{2}$

4. 下列计算正确的是 ( )

- A.  $2\sqrt{3} + 4\sqrt{2} = 6\sqrt{5}$       B.  $\sqrt{8} = 4\sqrt{2}$   
 C.  $\sqrt{27} \div \sqrt{3} = 3$       D.  $\sqrt{(-3)^2} = -3$

5. 化简:

- (1)  $\sqrt{72} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;      (2)  $\sqrt{13^2 - 12^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  
 (3)  $\sqrt{6 \times 12 \times 18} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;      (4)  $\sqrt{75x^3y^2} (x \geq 0, y \geq 0) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

6. 计算:  $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

7. 计算:

- (1)  $-\sqrt{3} \times \sqrt{(-16)(-36)}$ ;      (2)  $\sqrt{1\frac{2}{3}} \div \sqrt{2\frac{1}{3}} \times \sqrt{1\frac{2}{5}}$ ;

- (3)  $\sqrt{3a^2} \div 3\sqrt{\frac{a}{2}} \times \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2a}{3}} (a > 0)$ ;      (4)  $(\sqrt{\frac{8}{27}} - 5\sqrt{3}) \times \sqrt{6}$ .



8. 观察下列各式:

$$\sqrt{1+\frac{1}{3}}=2\sqrt{\frac{1}{3}}, \sqrt{2+\frac{1}{4}}=3\sqrt{\frac{1}{4}}, \sqrt{3+\frac{1}{5}}=4\sqrt{\frac{1}{5}} \dots\dots$$

请你猜想:

(1)  $\sqrt{4+\frac{1}{6}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\sqrt{5+\frac{1}{7}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 计算(请写出推导过程):  $\sqrt{13+\frac{1}{15}}$ ;

(3) 请你将猜想到的规律用含自然数  $n (n \geq 1)$  的代数式表达出来.

### B 组

9. 已知  $m < 0$ , 化简  $2n\sqrt{\frac{m}{n}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 若  $5+\sqrt{7}$  的小数部分是  $a$ ,  $5-\sqrt{7}$  的小数部分是  $b$ , 则  $ab+5b = \underline{\hspace{2cm}}$ .

11. 计算:

(1)  $(\sqrt{6}-\sqrt{5})^{2021} \cdot (\sqrt{6}+\sqrt{5})^{2022}$ ;      (2)  $(1-\sqrt{2}+\sqrt{3})^2 - (-1-\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$ .

12. 设  $a = \sqrt{8-x}$ ,  $b = \sqrt{3x+4}$ ,  $c = \sqrt{x+2}$ .

(1) 当  $x$  取什么实数时,  $a, b, c$  都有意义?

(2) 若  $a, b, c$  为  $\text{Rt}\triangle ABC$  的三边, 求  $x$  的值.

